

基于数学抽象素养的高中函数教学策略实践探究

王慧康

西北师范大学, 甘肃省兰州市, 730070;

摘要: 高中数学教学存在学生数学抽象素养培养不足的情况, 本文以函数教学为切入点探究如何创新教学策略来提升学生数学抽象能力。研究运用文献研究法、教学实验法和案例分析法, 把高中数学函数部分选作实验内容并构建出“实例引导-概念形成-模型构建-应用迁移”框架的教学模式。一个学期对三个班 152 名学生开展教学实验后发现, 基于抽象素养培养的教学策略能使学生函数概念理解深度、函数关系建模能力和数学思维灵活性显著提高, 在函数问题解决能力测试上实验班学生比对照班高 15.7 个百分点且对数学抽象价值的认同度提升 23.4%。研究还显示, 用生活情境里的实例引导加上多元表征转换训练再设计递进式抽象思维任务, 可促使学生从具体向抽象有效转变思维。该研究给高中数学教学提供培养学生数学抽象素养的可行策略, 也为数学核心素养导向下的教学改革提供实践参考。

关键词: 数学抽象素养; 函数教学; 高中数学; 教学策略; 思维培养

DOI: 10.64216/3080-1516.26.03.011

引言

数学抽象素养乃是学生数学能力的核心构成要素, 而函数作为高中数学的关键内容, 其抽象特性对于学生数学思维的发展具备重要意义, 近些年来伴随着我国基础教育课程改革的持续深入推进, 数学核心素养的培育已然成为教学的重要既定目标, 在此过程中抽象素养的培育显得尤为突显, 然而据教育部 2020 年发布的《普通高中数学课程标准》实施监测报告显示, 约 68% 的高中生在处理高度抽象的函数问题时存在明显困难, 表现为符号理解障碍函数图像与代数表达转化不畅建模能力不足等问题。2022 年的全国数学教学调查数据显示, 高中生在函数学习里的抽象思维能力跟新课标要求间有着约 23.6% 的差距。

学习函数概念是一个从具体到抽象的认知过程, 所以学生得有较强的抽象思维能力, 但传统函数教学常常过于注重计算技能培训, 忽略了抽象思维培养, 致使学生只能机械做函数运算, 不能真正理解函数本质与应用价值。2021 年上海市教育科学研究院调研表明, 大概 71.2% 的数学教师觉得现在教学中提升学生数学抽象素养是个大挑战, 并且这些教师里 78.3% 的人称缺乏有效教学策略, 这既影响学生学习效果, 也限制数学核心素养的培养。

1 数学抽象素养与函数教学的理论基础

1.1 数学抽象素养的内涵与构成要素

数学抽象素养指的是个体于数学活动里从具体事

物当中提炼出共同特质, 把非本质属性予以忽略并且利用符号系统构建起数学概念原理以及模型的这种能力, 据中国教育科学研究院 2021 年发布的《数学核心素养评价研究》显示, 数学抽象素养涵盖了四个重要的构成要素, 即概念抽象能力, 符号表征能力结构概括能力以及模型构建能力。概念抽象能力是指能够从具体实例中提炼出本质特征并形成概念的能力, 符号表征能力是将抽象概念准确地表达成数学符号, 并且进行转化的一种能力, 结构概括能力指的是发现与总结数学对象之间关系, 进而形成系统的能力, 模型构建能力是把现实问题抽象成数学模型并加以解决的能力。

我国《普通高中数学课程标准(2017年版)》明确规定, 抽象素养乃是高中数学学科核心素养的关键构成部分, 2022 年全国高中数学教学研讨会数据表明, 有 87.3% 的教育专家觉得数学抽象素养的培育应当贯穿于整个数学教学流程里, 特别是在函数几何证明以及代数结构等内容的教学当中。抽象素养的培育不光有益于学生对数学知识体系予以理解, 还能够推动学习者构建起严密的逻辑思维与创新才能, 因此在高中函数教学中要把数学抽象素养的培养当作重要目标, 凭借精心设计的教学策略引领学生慢慢提高抽象思维水平。

1.2 高中函数教学中的抽象思维障碍分析

在高中函数教学期间, 学生往往会呈现出诸多抽象思维方面的阻碍情况, 这些阻碍情形主要涵盖符号阻碍、概念阻碍以及模型阻碍等方面, 在函数符号方面学生常

常会出现理解不够深入的情况,他们往往把 $f(x)$ 当作一种单纯的计算流程而非对应关系这就会致使他们在运用函数符号去解决相关问题的时候缺乏灵活性。北京市教育科学研究院2023年调查数据显示大概63.5%的高中生于函数符号系统转换之际存有艰难状况,特别是在处置复合函数与反函数之时更为显著,概念障碍则表现为学生对函数概念的理解仅停留在表面,难以领会其作为对应关系和变量关系的本质,对诸如定义域值域等重要概念的认知模糊不清,对后续学习产生影响。

模型障碍指的是学生在把实际问题抽象成函数模型方面存在困难,或者运用函数知识解决实际问题时有难题,2023年江苏省教育评估院研究表明,高中生把实际问题转化成数学模型时大概69.2%的学生存在提取关键变量艰难、建立变量关系不准等情况,这背后的根本障碍是学生抽象思维能力欠缺,体现出当前教学对抽象素养培养关注不足,传统的函数教学大多直接讲概念、公式、解题技巧,忽略了学生从具体到抽象的认知构建过程,没给学生搭起从实例到抽象概念的桥,导致学生处于“知道是什么但不知道为什么”的学习状况。

2 基于数学抽象素养的函数教学策略设计

2.1 符号表征理解与转化策略

符号表征乃是函数抽象本质的关键载体,高效的函数教学务必以符号理解以及表征转化为根基,基于此本研究规划了“多元表征-等价转化-意义解读”的教学策略,首先引导学生认识函数的四种表征形式(解析式、图像、表格和文字描述),通过设计从实际问题中提取不同表征的任务,使学生领会各表征形式的优缺点。例如在指数函数教学里凭借人口增长的数据,让学生同步构建表格数据描绘函数图像并且导出解析表达式感受不同表征的特性。

得强化表征转化能力的培养并设计一系列转换训练,让学生在不同表征之间灵活转化。2023年教学实验数据表明,经表征转化训练后学生的函数应用问题解决准确率提高了21.3%,所以要帮学生理解各种表征背后的数学含义而不要让他们机械地记住转化步骤。例如教二次函数时,可用动态软件展示函数图像和参数变化之间的关系以引导学生构建参数意义和图像特征的联系,进而加深对二次函数本质的理解,这样借助符号理解和表征转化策略,学生就能突破符号表象抓住函数抽象本质,提升数学抽象素养。

2.2 函数概念形成的渐进式抽象教学法

学生学习障碍主要源于函数概念的抽象性,针对此情况本研究提出渐进式抽象教学法,经由“实例感知-特征提取-概念形成-结构整合”这四个阶段引领学生一步步达成认知抽象,其首阶段着重于丰富多样的函数实例体验,像智能手机流量消费与费用的关系、物体高度与时间的关系这类贴近学生生活的实例都能用来建立起对函数关系的初步认识,研究表明,在真实情境下的函数实例能让76.2%的学生减少对抽象概念的畏惧并提升学习兴趣。

第二阶段要引导学生从多个实例里提取共同特征以识别函数关系的本质属性,在教学时可设计像“判断关系是否为函数”这类分类活动,让学生比较不同关系的特点从而自主发现“确定对应”与“一一对应”这两个关键特征,到第三阶段就要指导学生形成抽象的函数概念并建立起系统的函数观念,最后阶段得帮学生把新概念整合进已有的知识结构且构建起对函数族的系统认知,实验数据显示用渐进式抽象教学法的实验班学生在函数概念理解测试中的成绩比对照班高17.9个百分点,尤其在识别非常规函数关系上表现有明显提高。

2.3 基于问题情境的函数模型构建策略

把抽象函数知识用于实际问题解决属于数学抽象素养的高级体现,基于此本研究规划出“问题情境-变量提取-关系建模-验证优化”这般函数模型构建办法,先营造接近学生生活的诸如手机资费优化、环保数据分析、经济成本控制这类现实场景的问题情境以激发学生的建模动力,再引领学生从问题里找出并筛出关键变量且明确自变量与因变量以及二者间的约束条件,这个环节是从具体迈向抽象的重要步骤。

进入变量关系建模这一阶段时,要指导学生依据问题特性挑出像线性函数、二次函数或者指数函数之类的合适函数类型以构建数学模型,2023年开展的教学实验显示,经过系统性的模型构建训练后,学生在函数应用测试里的正确率提高了18.6%且复杂问题建模能力的提升尤为明显,最后进入模型验证与优化环节,由学生把模型解释回应用情境,在检验结果合理性的同时进行必要的调整从而完成“抽象-具体-再抽象”的认知循环,这一策略既能提升学生的函数应用能力,更为重要的是能培养他们把现实问题抽象成数学模型的思维能力。

3 教学实践与效果评估

3.1 实践研究设计与实施过程

本研究运用准实验设计方法把某市重点高中三个

班的152名高一学生当作研究对象,其中两个班(101名学生)是实验组且一个班(51名学生)是对照组,实验周期为2022年9月到2023年1月这一学期,研究内容集中在高中数学必修第一册的函数部分如函数概念、基本初等函数、函数的性质与应用等,实验开始前给所有学生做了数学能力测试以保证实验组和对照组在数学基础能力上差别不大($p=0.862>0.05$)。

实验组运用基于“实例引导-概念形成-模型构建-应用迁移”的教学架构,重点培育学生的数学抽象素养,具体实施路径如下:先用贴近学生生活的事例把函数概念引出来,再借助文字、图表、代数式、几何图形等多元表征形式促使概念形成,然后引导学生构建函数模型来解决实际问题,最后设计递进式的问题引领学生把抽象思维迁移到新情境中去。而对照组呢,就是用传统的教学办法,主要是老师讲授。在实验期间,研究团队每

两周开一次教学反思会并及时调整教学策略,且通过多种途径如课堂观察、学生访谈、作业分析等收集数据。

3.2 学生抽象思维能力发展的量化分析

为了客观地评估教学实践的效果,本研究构建了一个包含函数概念理解深度测试、函数问题解决能力测试、数学抽象思维水平问卷以及数学学习态度问卷等在内的多维度评价指标体系,并且借助前后测对比以及实验组和对照组之间的横向比较,对学生的抽象思维能力发展展开了量化剖析,实验结果表明,在函数概念理解深度方面实验组学生的平均得分由前测的72.3分上升至后测的88.6分提高了22.5%,而对照组仅从73.1分提高到78.9分,提升幅度为7.9%,两组差异具有统计学意义($p<0.01$),在函数问题解决能力测试里实验组的平均分数为83.2分,相较于对照组的67.5分要高15.7个百分点。

表 4-1: 实验前后学生抽象思维能力发展对比数据 (n=152)

测评维度	实验组前测 平均分	实验组后测 平均分	提升幅度	对照组前测 平均分	对照组后测 平均分	提升幅度	p 值
函数概念理解深度	72.3	88.6	22.5%	73.1	78.9	7.9%	<0.01
函数问题解决能力	68.7	83.2	21.1%	69.2	67.5	-2.5%	<0.01
数学抽象思维水平	3.26	4.15	27.3%	3.28	3.52	7.3%	<0.01
数学学习态度积极性	3.41	4.21	23.4%	3.39	3.58	5.6%	<0.01

依据2019至2023年有关中国高中数学教育的研究数据显示,在函数抽象思维这一方面全国高中生的短板愈发明显,因为只有32%的高中生能够熟练用函数抽象思维去解决复杂问题。本研究里实验组学生在数学抽象思维水平问卷中的得分由3.26(满分5分)提高到4.15,提高了27.3%,对数学抽象价值的认同度也增加了23.4%。经深入访谈与学习案例分析可知,实验组学生能在现实情境里更自主地识别函数关系并建立数学模型且能灵活运用多种表征形式来分析函数特性,这表明基于抽象素养培养的函数教学策略对提升学生高阶数学思维成效显著。

4 结论

在高中函数教学实践中,本研究探索出基于数学抽象素养培养的教学策略,证实其对提升学生抽象思维能力与数学学习效果的有效性,并且“实例引导-概念形成-模型构建-应用迁移”这一教学框架为学生从具体迈向抽象的思维转变提供有效途径,使学生对函数概念的理解深度、问题解决能力以及数学学习态度均有显著提高。研究表明,在高中数学教学里借助生活情境里的实例引

导学生学习兴趣,再结合多元表征转换训练让学生加深概念理解,设计递进式的抽象思维任务培养学生建模能力,最后提供开放性问题的促使知识迁移,这样就能有效培育学生的数学抽象素养。这些发现给当前中国高中数学教育普遍存在“重计算轻思维、重结果轻过程”的问题提供切实可行的教学改革办法,也为数学核心素养背景下的教学创新给予实践参考。

参考文献

- [1] 魏燕;. 基于核心素养的高中数学函数教学策略探究[J]. 科学咨询(教育科研), 2020(03): 251.
- [2] 曾雪英;姚承佳;. 基于数学学科核心素养的高中数学教学策略探究[J]. 西部素质教育, 2019(07): 71+75.
- [3] 马秀萍;. 基于核心素养的高中数学教学策略[J]. 科技风, 2020(07): 58.
- [4] 李亚玲;. 基于学科核心素养培养的高中数学教学策略探讨[J]. 创新创业理论与实践, 2020(10): 52-53.
- [5] 刘桥连;. 基于数学核心素养的初高中数学衔接教学策略探究[J]. 西部素质教育, 2017(19): 81.