

刘焯《皇极历》的数理建构

吴泽皓 邓可卉

东华大学人文学院，上海市，200051；

摘要：《皇极历》是刘焯的集大成之作，虽未颁行，却在中国天文与数学史上具有里程碑意义。其精确测算与数学应用构建了坚实的数理基础，完善了浑天说思想。本文探究其数理建构，旨在为理解刘焯的科学贡献及其在中国古代天文学史上的重要地位提供借鉴。

关键词：刘焯；《皇极历》；数理建构

DOI：10.64216/3080-1494.25.12.056

刘焯于公元600年完成《皇极历》，虽未颁行，却开创性地由平气法转向定气法，以数学方法处理天体匀变速运动，革新历算格局，影响深远。研究其数理建构，不仅可了解刘焯在天文与数学上的成就，更能体现其对浑天说思想的完善。

1 刘焯的浑天说思想

刘焯，字士元，信都昌亭人，隋代经学家、天文学家。彼时，浑天说的理论建构较为完备。张楠^[1]据《晋书·天文志》引《春秋文曜钩》，虞舜时羲和已创制浑仪并观测北斗。西汉末扬雄《法言》首提“浑天”，称落下闳创制浑仪，鲜于妄人度量天体位置，耿中丞以浑象模拟天象。浑天即浑仪与浑象的合称，用于观测与演示天体运行。此发展过程体现了古代天文学对宇宙模型的深入探索，奠定了理论基础。李轻舟^[2]指出东汉时期张衡的漏水转浑天仪开始了较为精确的天文观测时代。其浑天说引领了中国古天文学、古天文观测持续约1500年。《浑天仪图注》记载的张衡浑天说理论认为“浑天如鸡子，天体圆如弹丸，地如鸡中黄。”此观点比盖天说更接近实际，生动描绘了天球包裹大地的宇宙结构。刘焯在继承前代浑天说思想核心观点的基础上，对浑天说思想进行了完善。

《隋书·刘焯传》载其著《稽极》《历书》《五经述议》，体现浑天说思想。当时浑天说与盖天说（天如圆盖，天地等大）并存，皆认为地平有中心，以“立表测影”为测算依据，主张“寸差千里”。刘焯对此数理构造产生怀疑。《隋书·天文志》记载：言南戴日下万五千里，表影正同，天高乃异。考之算法，必为不可^[3]。刘焯驳斥“寸差千里”，不仅因其未载于儒家经典，更因其实地考察发现交、爱之州“表北无影”，证明其不符实际。他依据浑天说提出黄道岁差计算法，虽非现代精确，但开创了量化天体位置的思路，体现了浑天说的

数理本质，为《皇极历》构建提供了关键框架。

2 《皇极历》的数理基础

《隋书》载，道士张宾揣知杨坚禅代之意，借星历言其有帝王之相，助其造势，登基后遂被重用，张宾等人的《开皇历》得到颁行^[4]。刘焯与刘孝孙提出此历法缺点很多，如，不知岁差，没用定朔等，未被采纳，还遭诋毁。《隋书·刘焯传》中描述：“因假还乡里，县令韦之业引为功曹。”^[5]开皇二十年，刘焯为太子修《皇极历》，成于仁寿四年，含天文常数与数学方法，具数理基础，未颁行。

2.1 天文数据的精确测算

隋朝统一后，社会安定，但《开皇历》在节气推算上存在误差，影响农事与民生。刘焯在《乾象历》《开皇历》基础上，结合长期实测，重新测定数据，使《皇极历》的天文测算精度较前代显著提升。

2.1.1 黄道交点年

黄道交点年是太阳连续两次通过白道与黄道同一交点的周期，现代值约346.62003日，与日月食预测密切相关。北凉《玄始历》测为346.639日，误差75秒；刘焯测定为346.619338日，误差仅24秒，精度显著提升。他统计公元前165年至公元600年41次日食，发现食年前后15天内发生日食，并于603年4月准确预测长安日环食，预报食分0.85，实测0.83，误差仅0.02。他将食限由前代20度缩至12度，大幅提高预报精度，为《皇极历》构建了核心交食周期参数。

2.1.2 黄道岁差值

东晋虞喜发现岁差，据尧时与当时冬至点比较，提出五十年退一度，精度超喜帕恰斯，并以《安天论》批判盖天、浑天说。祖冲之引入《大明历》，定45年11个月差一度，为重大进步。刘焯改用黄道坐标，以春分点为基准，结合太阳视运动，《隋书》载其“七十五年

西移一度”，更近真实。李淳风称《皇极历》岁差“皆自黄道命之”，因黄赤道夹角，南至点差异显著，黄道差 36 度，赤道差 40 余度，体现系统性与精确性。清代学者阮元在《畴人传》中直接引述刘焯《皇极历》的理论：“夫恒星之行度，甚迟其准，则必定于日躔。唯恒星东移是生岁差，必以日度知之，而后得其行率焉。”^[6]可见，刘焯的黄道岁差”逻辑在浑天说思想下建立了岁差理论与回归年的时空关联，为《皇极历》处理天体运动变化提供了科学的依据。

2.1.3 回归年修正

回归年精度决定历法对季节的反映。刘焯据《隋书·天文志》指出前代历法“数制违爽”，遂“改正旧浑”，通过多地同步观测，将回归年由固定周期转为随岁差动态调整。他据开皇二十年实测春分点与汉代太初历对比，得岁差 75 年/度，据此修正回归年。此举既减小坐标转换误差，又在浑天说框架下完善了节气与星象的对应。在《皇极历》中采用的回归年长度为 365.2462 日，与现代理论值相比误差仅约 10 秒，朔望月长度测定为 29.530596 日，在 676 年中安插 249 个闰月^[7]。与

今值相近。刘焯在《皇极历》中对于回归年长度的修正，有利于农业生产等社会活动的指导。尽管刘焯的论断在当时未被采纳，但却被后世接受，唐、宋时期，大都沿用刘焯的数值。

2.2 数学方法的转化应用

刘焯依据浑天说思想在编撰《皇极历》的过程中，以《乾象历》的定朔、《大明历》的岁差为理论框架，以张子信的盈缩发现等实测数据为基石，创新数学方法，精密推算天文数据，集隋代历法之大成。《皇极历》是浑天说与数理结合的典范，标志着古代历法科学的重要进展。具体体现在：

2.2.1 首创二次差内插法

刘焯在《皇极历》中首次将等间距二次内插法应用于黄道交点年的测算^[8]，刘焯发展浑天说为可计算模型，首创等间距二次内插法，早于牛顿千余年，将高阶差分引入天体建模。此前历法多用一次插值，误差大。《皇极历》以平均速度为基准，引入加速度的二阶差分，突破线性局限，显著提升精度。二者的具体差异如下：

表 1 二次差内插法与一次插值法的对比

维度	二次插值法（非线性）	一次插值法（线性）
运动假设	变速	匀速
数学模型	$f(x)=ax^2+bx+c$	$f(x)=ax+b$
误差	拟合变速运动，误差降低 60%-80%	忽略变速导致的系统性偏差
历法	定朔、定气等计算	平朔、平气等计算
案例	《皇极历》太阳位置误差 ± 0.6 度	《元嘉历》太阳位置误差 ± 1.5 度

刘焯的《皇极历》修正了线性假设的匀速偏差，使变速运动的局部描述精度提升，为郭守敬《授时历》三次插值法的计算奠定了方法论基础^[9]。刘焯的分段拟合技术影响深远，唐代李淳风《麟德历》沿用其黄道 24 节气每 15 度等分法，提升精度。724 年僧一行《大衍历》虽改用不等间距二次差内插法解决太阳变速问题，但核心二阶差分思想仍源于《皇极历》。宋代虽回归赤道坐标，892 年《崇玄历》计算太阳赤纬时，仍保留其二次内插求黄道位置的数理模型。

可见二次差内插法的传播之广，是东亚传统历法的共同数学基础。如，高丽王朝《宣德历》“推日躔表”格式与《皇极历》的二次差内插法计算太阳盈缩差算法一致。日本遣隋使将《皇极历》残卷带回国，《发微算法》中收录的“等间招差术”是《皇极历》算法的本土化表达。

2.2.2 五星位置计算

《皇极历》吸收了南北朝时期各家历法的精华，特别是张子信关于太阳和五星运动不均匀性的发现，将其纳入《皇极历》中，创立了“五星入气加减法”^[10]。

周琮指出，五星入气加减始于张子信。张子信隐居海岛三十余年，以浑仪观测发现日月五星运动不均，为后世历法所本。其一在于“日行春分后则迟，秋分后则速”《隋书·天文志》；其二，“晨见东方，逆极则留，留而后迟，迟极去日稍远，旦时欲近南方，则速行以追日，晨伏于东方，复与日合。”^[11]其三，张子信对太阳在一个回归年内视运动的迟疾状况作了定量描述，给出了日躔表，即二十四气节时太阳实际运动速度与平均运动速度的差值。这些发现为刘焯的《皇极历》提供了实证基础。

刘焯在《皇极历》中首创“五星入气加减法”，用于推算五星晨见东方时刻，分平见、常见、定见三段。平见以五星平均速度和会合周期计算，如木星每日顺行

0.83 度。常见据张子信发现,依五星所处节气查偏差表,进行“入气加减”修正,反映速度不均(如立冬火星快则加,夏至慢则减)。定见则用等间距二次内插法对常见再修正,以解决节气间非线性变速问题,提升晨见时刻精度。这种“三段式修正”^[12]把五星运动的不均匀性转化为可计算的数学参数,提升了晨见时刻的预测精度。如,木星定见时刻的误差从平见的 5 日降至 3 日内。唐代《麟德历》《大衍历》加以继承,引入行星近日点运动,推动中国古代天文计算向数学化转型。

2.2.3 “食差术”的量化

刘焯在《皇极历》中对日食预测进行了“应食不食术,不食而食术”两类误差的数学修正^[13]。“应食不食”指理论有而实际无的日食。刘焯继承张子信发现,创“气差”“刻差”修正表:气差以“定气法”量化太阳盈缩,使节气更准;刻差修正昼夜刻数,减小测时误差。其“以数测天、以数度地”实践了浑天说,统合“天时-地利”。针对“不食而食”,他引入“食分阈值校验”,建立日食误差与时空参数的定量关系。“食差术”提升了日月食预测精度,为时空耦合的数学表达提供了重要依据。

3 《皇极历》数理建构的当代价值

《皇极历》作为中国古代唯一没有正式颁行但却载入正史的历法,其数理建构在当代依然具有重要的价值。

3.1 天文学成就的当代映射

《皇极历》以圭表与算筹测算黄道交点年、岁差与回归年,体现“数术须验于天”的理念。其精确测量回归年蕴含时间计量迭代逻辑,多周期验证构建了“观测—建模—验证”范式。“多地同步取均值”法与国际原子时(TAI)加权平均原子钟数据异曲同工,19 年七闰实为回归年与朔望月周期共振,确保时间与地球自转同步。

3.2 数学方法的时空跨越

刘焯在《皇极历》中首创的等间距二次内插法,现已成为数值计算经典,被纳入国内外高等数学教材,广泛应用于数值逼近与函数插值。其思想与现代科技深度融合:北斗系统用三次样条插值处理星历数据,提升定位精度;气候模型、金融高频交易的 K 线平滑算法及区块链时间戳计算中的“以率均数”思想,皆可追溯至该方法,有效避免浮点误差。《皇极历》的数学智慧持续为当代科技提供支撑。

3.3 浑天说思想的现代转型

《皇极历》完善浑天说,刘焯首纳日月视运动不均,创等间距二次内插法,提黄道岁差,以定气代平气,主张“日食非灾异”,质疑影差旧说。该历推动球面天文发展,使浑天说转为动态预测,数学建模协同观测,具里程碑意义,彰显其重要地位。

参考文献

- [1] 张楠. 中国天文演示仪器: 类型、功能及嬗变[D]. 上海交通大学, 2018.
- [2] 李轻舟. 天行见物理之十俯仰天地[J]. 物理, 2019, 48(10): 692-695.
- [3] 罗历辛. 修订本《隋书·天文志》校读札记[J]. 兰台世界, 2022, (05): 157-160.
- [4] 唐泉. 隋代的历法竞争——以《开皇历》为中心的考察[J]. 咸阳师范学院学报, 2020, 35(06): 67-77.
- [5] 王兴文. 《隋书·刘焯传》刘焯卒年记载有误[J]. 温州师范学院学报(哲学社会科学版), 2006, (06): 92.
- [6] 刘焯. 皇极历(残卷)[M]. 隋代刻本.
- [7] 关增建. 刘焯的时间计量贡献——编撰《皇极历》[J]. 质量与标准化, 2024, (06): 35-38.
- [8] 刘钝. 《皇极历》中等间距二次插值方法术文释义及其物理意义[J]. 自然科学史研究, 1994, (04): 305-315.
- [9] 王荣彬. 刘焯《皇极历》插值法的构建原理[J]. 自然科学史研究, 1994, (04): 293-304.
- [10] 钱宝琮. 中国数学史[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
- [11] 杨帆, 孙小淳. 观测、理论与推算——从《三统历》到《皇极历》的火星运动研究[J]. 中国科技史杂志, 2017, 38(01): 9-24.
- [12] 辛佳岱, 唐泉. 《皇极历》外行星算法及精度分析[J]. 中国科技史杂志, 2022, 43(02): 263-279.
- [13] 关增建. 刘焯的天文物理思想——大地测量与月食解说[J]. 质量与标准化, 2024, (08): 36-38.

作者简介: 吴泽皓, 男, 邮政编码(200051), 上海市, 东华大学人文学院, 硕士研究生。

邓可卉, 女, 邮政编码(200051), 上海市, 东华大学人文学院, 教授科学技术史博士, 博士生导师。