

初中数学尺规作图教学难点突破策略：以“作一个角等于已知角”教学设计为例

万斐斐

费县第五中学，山东临沂，273400；

摘要：尺规作图是初中数学几何部分的重要内容，“作一个角等于已知角”作为基本尺规作图之一，是学生后续学习复杂作图的基础。然而，在实际教学中，学生常面临对作图原理解理解不透彻、操作不规范、无法灵活应用等难点。本文结合新课标要求，以“作一个角等于已知角”教学设计为例，深入分析教学难点成因，从教学目标设定、教学方法选择、教学过程优化、教学评价完善等方面，提出针对性的难点突破策略，旨在提升学生的尺规作图能力，培养其几何直观、逻辑推理和数学建模核心素养。

关键词：初中数学；尺规作图；教学难点

DOI：10.64216/3104-9702.25.02.009

引言

尺规作图起源于古希腊，指仅用圆规和无刻度直尺作图，是数学严谨性体现，也是培养学生多种能力的重要载体。《义务教育数学课程标准（2022 年版）》要求学生经历尺规作图过程，理解原理并完成基本作图。

“作一个角等于已知角”在人教版初中数学七年级下册，是学生学完相关知识后接触的首个基本尺规作图，蕴含全等三角形判定定理（SSS）思想，是连接几何概念与逻辑推理的桥梁。然而教学中，多数学生能模仿作图却无法解释原理；部分学生操作有圆规半径调节不当、直尺摆放歪斜等问题，导致误差大；还有学生面对综合应用题时，难以结合作图方法与几何证明。这些问题影响后续复杂作图学习，削弱学生学习兴趣和信心。因此，深入分析该内容教学难点并探索突破策略，具有重要现实意义。

1 “作一个角等于已知角”教学难点及成因分析

1.1 教学难点

理解作图原理的难点：学生难以将作图步骤与全等三角形的判定定理（SSS）联系起来，无法理解“通过画等长的弧得到等长的线段，进而构造出全等三角形，最终得到相等的角”这一逻辑链条。

规范操作的难点：在使用圆规时，学生难以保持半径不变（尤其是在转移圆心位置时）；在使用直尺时，

无法准确连接关键点，导致画出的线段不直或偏离目标位置；同时，学生对作图的先后顺序把握不清，容易出现步骤混乱的情况。

灵活应用的难点：学生能独立完成“已知一个角，作一个角等于它”的基础作图，但在复杂情境中（如结合三角形的性质、平行线的判定等知识进行作图或证明），无法灵活运用该作图方法解决问题。

1.2 难点成因

学生认知水平的限制：七年级学生正处于从具体形象思维向抽象逻辑思维过渡的阶段，对几何图形的理解和分析仍依赖于直观感知。而作图原理涉及抽象的逻辑推理（全等三角形的判定），需要学生将作图过程中的“弧”“线段”等具体元素转化为“全等三角形的对应边”，这对学生的抽象思维能力提出了较高要求，超出了部分学生的认知水平。

操作技能训练的不足：尺规作图需要学生具备一定的动手操作能力，但在传统教学中，教师往往更注重理论讲解和步骤演示，留给學生自主操作的时间较少；同时，教师对学生操作过程中的细节（如圆规的使用方法、直尺的摆放角度）指导不够细致，导致学生缺乏规范的操作训练，难以形成熟练的操作技能。

知识联系的断裂：“作一个角等于已知角”的作图原理依赖于全等三角形的判定定理（SSS），但在教学中，教师若未及时引导学生回顾全等三角形的相关知识，或未将作图步骤与 SSS 定理进行有效关联，会导致学生

将作图知识与之前学习的几何知识割裂开来,无法建立起完整的知识体系,从而难以理解作图原理,也无法在复杂情境中灵活应用。

教学方法的单一:传统的尺规作图教学多采用“教师演示—学生模仿—巩固练习”的模式,教学方法单一、枯燥,缺乏互动性和趣味性。这种教学模式无法激发学生的学习兴趣,也无法让学生主动参与到作图原理的探究过程中,导致学生对知识的理解停留在表面,难以深入掌握作图的本质。

2 “作一个角等于已知角”教学难点突破策略

针对上述教学难点及成因,结合新课标对核心素养的培养要求,笔者从教学目标、教学方法、教学过程、教学评价四个方面,设计了“作一个角等于已知角”的教学方案,旨在突破教学难点,提升教学效果。

2.1 明确教学目标,聚焦核心素养

根据新课标要求和学生的实际情况,将“作一个角等于已知角”的教学目标,应从培养学生数形思维着手,引发学生利用代数思维强化几何空间构建能力,借助几何图形发展学生代数思想,从而提高学生数学建模能力,为深化开展数学解题活动奠定坚实基础。

首先,学生“作一个角等于已知角”的图形,明确作图步骤,理解作图原理,判断SSS全等三角形判定基本事实;学生规范使用圆规和直尺完成作图,确保作图结果准确、美观,直观阐释数学知识;学生运用该作图方法解决简单几何问题,由此激发代数思想,提高学生逻辑推理能力。其次,学生经历“提出问题—探究原理—动手操作—总结规律—应用拓展”的教学过程,使学生在实践探究过程中,将理论知识转化为数学技能,充分锻炼学生动手操作能力,逻辑思维能力,从而提高问题解决技能。在小组合作探究过程中,通过师生互动、生生互动,分享尺规作图经验和方法,帮助学生形成自主学习意识,建构数形结合思想。最后,在尺规作图教学中,通过尺规应用过程,帮助学生感受尺规作图的严谨性和逻辑性,体会数学的美学价值,如作图过程中,弧与线段的对称美。另外,利用数学几何教学活动,培养学生创新意识和严谨态度,促使学生在教学实践中发展综合能力。基于此,在初中数学尺规作图教学实践中,教师明确教学目标,帮助学生建构数形思维,促使学生在实践探究中掌握学习方法与技巧,从而提高对知识要

点与重点的探究技能。

2.2 创新教学方法,激发学习兴趣

情境导入法,引发探究欲望:在教学导入环节,创设与生活相关的情境,如“小明想在院子里画一个与窗户玻璃的角大小相同的角,用来安装遮阳棚,他只有圆规和直尺,该怎么做呢?”通过生活情境激发学生的学习兴趣,让学生感受到尺规作图的实用性,进而主动思考“作一个角等于已知角”的方法。

探究式教学法,突破原理难点:改变传统的“教师演示,学生模仿”模式,采用探究式教学法,引导学生自主探究作图原理。具体步骤如下:

提出问题:“我们如何用圆规和直尺作一个角等于已知角 $\angle AOB$ 呢?大家可以先回忆一下,我们学过哪些判定三角形全等的方法?”引导学生回顾SSS、SAS、ASA等全等三角形判定基本事实。在回顾判定定理基础上进行尺规作图:画一个角等于已知角,应满足一个三角形与一个已知角全等的条件;再利用全等三角形的性质得到一个角与已知角相等。值得注意的是,教师在进行这一部分内容设计中,应帮助学生理清解题思路,明确知识原理,促使学生在做一个角等于已知角的实践活动中,将这一知识转化为一个三角形与另一个三角形全等具象案例的样本中尺规作图,将新知识转化为前面学习的旧知识。

自主探究:要求同桌之间“作一个角为已知角 $\angle AOB$,利用圆规和直尺让学生尝试通过画弧、连线等学习活动,构造一个与 $\angle AOB$ 相等的角,并思考“为什么这样构造出的角与已知角相等”。在这一过程中,同桌之间相互评价,对其画法进行点评,共享尺规作图的技巧和方法,从而提高学生实践能力。

小组讨论:组织学生以小组为单位,交流自己的作图方法和思路,讨论“如何通过画等长的弧得到等长的线段”“这些等长的线段能否构成全等三角形”。

教师引导:在学生讨论的基础上,教师用多媒体动画演示作图过程,并引导学生分析:

①以点O为圆心,任意长为半径作弧,分别交OA、OB于点C、D,满足 $OC=OD$ (圆的半径相等);

②作一条射线 $O'A'$,以点 O' 为圆心, OC 长为半径画弧,交 $O'A'$ 于点 C' ,此时 $O'C'=OC$ (半径不变);

③以点 C' 为圆心, CD 长为半径画弧,与第二步中所画的弧交于点 D' ,此时 $C'D'=CD$ (半径不变);

④连接 $O'D'$ ，则 $\angle A'O'B'$ 就是所求的角。

最后，引导学生得出：在 $\triangle OCD$ 和 $\triangle O'C'D'$ 中， $OC=O'C'$ ， $OD=O'D'$ ， $CD=C'D'$ ，根据 SSS 全等三角形判定定理， $\triangle OCD \cong \triangle O'C'D'$ ，所以 $\angle AOB = \angle A'O'B'$ 。通过这样的探究过程，让学生主动将作图步骤与全等三角形的判定基本事实联系起来，深入理解作图原理。

多媒体辅助教学法，突破操作难点：利用多媒体动画（如 Flash、几何画板）清晰展示作图的每一个步骤，重点突出“圆规半径不变”“直尺连接关键点”等操作细节。例如，在演示“转移圆心位置画弧”时，用不同颜色的线条标注出圆规的半径，让学生直观地看到“半径始终不变”；在演示“连接 $O'D'$ ”时，用动画展示直尺的摆放过程，强调“直尺要与点 O' 和点 D' 对齐，确保线段 $O'D'$ 笔直”。同时，将作图步骤制作成微视频，上传到班级学习平台，方便学生课后反复观看，巩固操作技能。

2.3 优化教学过程，提升教学效果

课前预习，奠定基础：在课前，给学生布置预习任务：①回顾全等三角形的判定基本事实（尤其是 SSS 定理）；②尝试用圆规和直尺画一个任意角，并思考“如何用这两种工具画一个与已知角相等的角”；③记录预习过程中遇到的问题。通过预习，让学生提前激活相关知识，初步感知作图过程，为课堂学习奠定基础。

课堂操作，强化技能：在课堂教学中，安排充足的时间让学生进行自主操作练习，具体分为以下三个阶段：

模仿操作阶段：学生跟随教师的演示和多媒体动画，一步一步完成作图，教师巡视指导，及时纠正学生的不规范操作（如圆规半径调节不当、直尺摆放歪斜等）。

独立操作阶段：让学生独立完成“已知 $\angle AOB$ ，作 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ ”的作图，要求学生在作图过程中边操作边说出步骤和原理，教师对学生的操作过程和语言表达进行评价和指导。

纠错反思阶段：展示学生的作图成果（包括正确的和错误的），让学生分析错误原因（如“这个同学画的角比已知角小，可能是在转移圆心时圆规半径变小了”“这个同学的射线 $O'A'$ 没有画直，是因为直尺没有放正”），通过纠错反思，强化学生的规范操作意识。

应用拓展，提升能力：在学生掌握了基本作图方法和原理后，设计一系列应用拓展题目，将“作一个角等于已知角”与其他几何知识结合起来，提升学生的综合

应用能力：

基础应用：“已知 $\triangle ABC$ ，作一个三角形 $\triangle A'B'C'$ ，使 $\triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$ （用尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）。”该题目要求学生运用“作一个角等于已知角”和“作一条线段等于已知线段”的方法构造全等三角形，巩固基本作图技能。

综合应用：“已知直线 l 和直线 l 外一点 P ，用尺规作图过点 P 作直线 l 的平行线（保留作图痕迹，写出作法，并证明你的结论）。”该题目需要学生先通过“作一个角等于已知角”的方法构造同位角（或内错角），再根据“同位角相等，两直线平行”的定理，证明所作直线与已知直线平行，将作图与证明结合起来，培养学生的逻辑推理能力。

创新应用：“请你用尺规作图的方法，将一个任意角三等分（尝试画出图形，并思考该作图是否可行，为什么）。”该题目源于历史上的“尺规三等分角”难题，虽然用尺规无法准确三等分任意角，但通过让学生尝试作图和思考，能激发学生的创新意识和探究精神，同时让学生体会到数学的严谨性。

2.4 完善教学评价，促进全面发展

传统教学评价多以学生作图结果为依据，方式单一，无法全面反映学生学习过程与能力发展。为突破局限，笔者设计多元化教学评价体系，从过程性和终结性两方面全面评价学生。

过程性评价：关注学生课堂表现，涵盖预习、课堂参与度、操作规范性、原理理解程度等。采用“教师评价+小组互评+自我评价”方式，比例分别为 50%、30%、20%。如小组互评按“作图规范度”等指标评分，自我评价让学生填“作图过程反思表”总结优缺点。

终结性评价：以单元测试和实践作业考查学生对“作一个角等于已知角”的掌握与应用能力。单元测试有基础作图、作图证明、综合应用等题目；实践作业要求用尺规解决生活问题并撰写报告，阐述过程、原理及问题解决方法。

多元化教学评价能全面了解学生学习情况，发现教学问题，激发学习动力，促进学生全面发展。

3 教学实践反思

为验证教学策略有效性，笔者在本校七年级（2）班开展“作一个角等于已知角”教学实践，以七年级（3）

班为对照班采用传统教学法。教学结束后,通过课堂测试、问卷调查和访谈评估效果,结果如下:

课堂测试:题目含 5 道基础作图题(每题 10 分)和 3 道综合应用题(每题 15 分),满分 100 分。实验班平均分 82.5 分,及格率 96%,优秀率 68%;对照班平均分 68.3 分,及格率 78%,优秀率 32%。可见,实验班学生作图技能和综合应用能力明显优于对照班。

问卷调查:对实验班发放 45 份问卷并全部回收,89%学生认为探究式教学助于理解作图原理;93%学生认为充足操作时间和多媒体辅助可提高规范操作能力;87%学生表示对尺规作图兴趣提升。

访谈结果:随机访谈实验班 10 名学生,他们普遍反映能主动参与探究,遇复杂题会结合作图与几何知识,通过实践作业感受数学与生活联系。

教学实践表明,该教学策略能突破教学难点,提升学生尺规作图能力和核心素养。但教学中也有不足,如部分基础弱的学生探究作图原理有困难,需个别辅导;应用拓展环节部分学生创新意识和问题解决能力待提升。因此,今后教学要关注学生个体差异,设计分层教学任务,满足不同层次学生需求;增加开放性、创新性题目,培养学生创新思维和实践能力。

4 结论

“作一个角等于已知角”是初中数学基本尺规作图重要内容,突破其教学难点关系到学生后续复杂作图学习和几何核心素养培养。分析教学难点及成因后,从明确目标、创新方法、优化过程、完善评价四方面提出突破策略,并结合教学实践验证有效性。结果显示,情境导入法激发兴趣,探究式教学法助理解原理,多媒体辅助教学法提升操作能力,多元化教学评价促进全面发展。今后尺规作图教学中,教师应以新课标为指导、学生为主体,关注认知规律与个体差异,创新方法、优化过程,让学生在“做”与“思”中掌握方法原理,提升几何核心素养,为后续数学学习奠基。

参考文献

- [1] 汤久妹, 万荣庆. 直观认识本质理解高阶应用——“作一个角等于已知角”的三次认知提升[J]. 中学数学教学参考, 2024(20): 70-72.
- [2] 张海涛. 怎样进行有效的启发式教学——以“作一个角等于已知角”为例[J]. 数学教学通讯, 2022(23): 13-16.
- [3] 李莉. “作一个角等于已知角”教学设计[J]. 中国数学教育(初中版), 2024(5): 13-17.